Jurnal Teknologi dan Riset Terapan
Volume 3, Nomor 2 (Desember 2021), ISSN: 2685-4910
http://jurnal.polibatam.ac.id/index.php/JATRA

JATRA
Jurnal Teknologi & Riset Terapan
ISSN : 2685-4910

PERBANDINGAN HASIL KOORDINAT KERANGKA PEMETAAN MENGGUNAKAN METODE *BOWDITCH* POLIGON TERTUTUP DENGAN METODE *ADJUSTMENT TRIANGULATED QUADRILATERAL*

Farouki Dinda Rassarandi[1]*, Oktavianto Gustin[1], Putra[2]

[1] Program Studi Teknik Geomatika, Politeknik Negeri Batam
Jalan Ahmad Yani, Batam Kota, Kota Batam, Indonesia +62 778 – 469860 ext. 2501
[2] Program Studi Teknik Pengolahan Hasil Tambang Mineral dan Batubara, Akademi Komunitas Industri Pertambangan Bukit Asam
Jalan Bukit Munggu No. 1 Tanjung Enim, Lawang Kidul, Kabupaten Muara Enim, Sumatera Selatan
*Corresponding author: farouki@polibatam.ac.id

Article history

Received:
10-05-2021
Accepted:
22-11-2021
Published:
30-12-2021

Abstrak
Kerangka dasar (kontrol) pemetaan dapat dibagi menjadi 2 (dua) macam, yaitu kerangka horizontal (planimetris) dan kerangka vertikal (tinggi). Kerangka peta yang umum dipakai dalam bidang geodesi dapat dibuat dengan beberapa cara, beberapa diantaranya adalah metode triangulasi dan poligon. Untuk memperoleh nilai koordinat yang baik/teliti pada hasil ukuran dengan cara triangulasi dapat dilakukan dengan menggunakan metode hitung perataan *least squares triangulation adjustment*, sedangkan untuk poligon menggunakan metode *Bowditch* dalam pemecahan solusinya. Metode hitung perataan/*adjustment* yang dikenal ada tiga yaitu metode parameter, kondisi dan kombinasi. Perataan kuadrat terkecil metode triangulasi (*least squares triangulation adjustment*) dapat menggunakan persamaan kondisi atau persamaan pengukuran baik itu pengukuran azimuth ataupun sudut. Pada prosedurnya melibatkan perataan parameter, dimana parameter tersebut adalah koordinat pada suatu bidang datar. Penelitian ini mengkaji tentang bagaimana perbandingan hasil koordinat kerangka pemetaan Poligon tertutup menggunakan metode *Bowditch* dengan metode *Adjustment Triangulated Quadrilateral*. Hasil koordinat dari perhitungan dengan menggunakan metode *Bowditch* memberikan nilai yang lebih baik daripada metode *Adjustment*, dimana standar deviasi ukuran koordinat dengan menggunakan metode ini berkisar pada interval konfidensial antara 0,400954085 *ft* minimum dan 1,020967284 *ft* maksimum dalam selang kepercayaan 90%, sedangkan metode *Adjustment* berkisar antara 1,112780078 *ft* minimum dan 2,833521575 *ft* maksimum.
Kata Kunci: hitung perataan, triangulasi, poligon, Bowditch, koordinat, interval konfidensial

Abstract
The basic mapping framework is divided into two types: the horizontal framework (planimetric) and the vertical framework (height). The basic horizontal framework of mapping varies depending on the selection and usability policy determined by many factors, which as the area, tools availability, and the calculation method. The geodesy field's commonly used basic mapping frameworks are triangulation and polygon methods. A least-squares calculation method or a least-squares triangulation adjustment can be used to obtain the precise map frame coordinate value from the triangulation method measurement results. On the other hand, the polygon method uses Bowditch to solve the problem. The least-squares method (adjustment) is well known as the three methods. There are parameters, conditions, and combinations. The least-squares method of triangulation (triangulated quadrilateral adjustment) can use the conditions or measurements equation either azimuth or angle measurement. The procedure of this equation involves parameter adjustment, where these parameters are the coordinates on a flat surface. This study compares the coordinate result of the enclosed polygon mapping framework between the Bowditch method and the Adjustment Triangulated Quadrilateral method. The coordinates result of the calculations using the Bowditch method provides value better than the adjustment method, where the confidence interval of the standard deviation of the coordinates using this method is around 0.400954085 ft minimum and 1.020967284 ft maximum in the 90% of a confidential level, in the other hand, the adjustment method ranges between 1.112780078 ft minimum and 2.833521575 ft maximum.
Keywords*: *adjustment, triangulated, polygon, Bowditch, coordinates, the interval of confidence

1.0 PENDAHULUAN

Pada setiap proses pengukuran, umumnya satu ukuran diukur berulang untuk mendapatkan nilai yang dekat dengan nilai yang sebenarnya. Dengan adanya ukuran lebih maka penyelesaian yang diperoleh menjadi tidak unik. Agar penyelesaiannya menjadi unik diterapkanlah hitung kuadrat terkecil. Penyelesaian hitung kuadrat terkecil dilakukan dengan menghitung suatu nilai akhir yang unik dengan metode tertentu sehingga jumlah kuadrat residualnya (V^TPV) minimum, sehingga tidak mungkin ada nilai hasil hitungan lain yang jumlah kuadrat residualnya (V^TPV) lebih kecil [1]. Metode hitung perataan (Hitung Kuadrat Terkecil) yang dikenal ada tiga, yaitu: metode parameter, kondisi dan kombinasi. Perbedaan eksplisit dari ketiga metode ini adalah pada cara pembentukan persamaan. Pada metode parameter, ukuran merupakan fungsi dari parameter dan konstanta. Metode kondisi, persamaan disusun dari sejumlah ukuran. Sedangkan metode kombinasi persamaan merupakan fungsi dari parameter dan ukuran.

Perataan kuadrat terkecil metode triangulasi (*least squares triangulation adjustment*) dapat menggunakan persamaan kondisi atau persamaan pengukuran baik itu pengukuran azimuth ataupun sudut. Pada prosedurnya melibatkan perataan parameter, dimana parameter tersebut adalah koordinat pada suatu bidang datar. Beberapa contoh tipe-tipe dari triangulasi antara lain *intersections, resections,* dan *quadrilateral* yang teratakan.

Kerangka peta yang umum dipakai dalam bidang geodesi dapat dibuat dengan beberapa cara, diantaranya adalah metode triangulasi dan poligon. Untuk memperoleh nilai koordinat yang baik/teliti pada hasil ukuran dengan cara triangulasi dapat dilakukan dengan menggunakan *least squares triangulation adjustment*, sedangkan untuk Poligon menggunakan metode *Bowditch* dalam pemecahan solusinya. Penelitian ini akan membahas tentang bagaimana perbandingan hasil koordinat kerangka pemetaan Poligon Tertutup menggunakan metode *Bowditch* dengan *metode Adjustment Triangulated Quadrilateral.*

2.0 LANDASAN TEORI

2.1 Kerangka Dasar Pemetaan

Pengukuran awal dari pekerjaan pemetaan adalah Pengadaan Titik Dasar Kerangka Pemetaan (TKDP) di daerah yang akan dipetakan. TKDP ini yang akan dijadikan ikatan dari detil-detil yang merupakan objek-objek dari unsur yang ada di permukaan bumi yang digambarkan dalam bentuk peta [2].

Kerangka dasar (kontrol) dapat dibagi menjadi 2 (dua) macam, yaitu kerangka horizontal (planimetris) dan kerangka vertikal (tinggi). Kerangka dasar pemetaan horizontal bermacam-macam, pemilihan dan pemakaiannya ditentukan oleh banyak faktor, antara lain luas daerah, ketersediaan peralatan, dan kemudahan perhitungan [3].

Kerangka peta yang umum dipakai dalam bidang geodesi dapat dibuat dengan cara sebagai berikut [2]:

a. Triangulasi.
   Cara penentuan posisi horizontal banyak titik, dengan cara menghubungkan titik satu dengan yang lainnya sehingga membentuk jaringan atau rangkaian segitiga. Selanjutnya pada setiap segitiga diukur sudutnya.
b. Trilaterasi.
   Cara ini sama dengan triangulasi, namun yang diukur adalah jarak semua sisi-sisinya.
c. Rangkaian segitiga.
   Pada metode ini yang diukur adalah semua sudutnya dan salah satu jaraknya.
d. Jaringan segitiga.
   Sama dengan metode Rangkaian Segitiga.
e. Poligon atau *traverse*.
f. Pemotongan ke muka.
g. Pemotongan ke belakang.

Dalam bidang pengukuran tanah (*plane surveying*), cara poligon umumnya lebih disukai daripada cara yang lain, karena kerangka ini memiliki banyak keuntungan, antara lain sebagai berikut:

1. bentuknya mudah disesuaikan dengan keadaan yang sebenarnya,
2. pengukurannya sederhana,
3. peralatannya mudah didapat, dan
4. perhitungannya mudah.

2.2 Poligon Tertutup

Poligon berasal dari kata poli yang berarti banyak dan gonos yang berarti sudut. Secara harfiahnya, poligon berarti sudut banyak. Namun arti yang sebenarnya adalah rangkaian titik-titik secara berurutan yang digunakan sebagai kerangka dasar pemetaan. Sebagai kerangka dasar, posisi atau koordinat titik-titik poligon harus diketahui atau ditentukan secara teliti. Karena akan digunakan sebagai ikatan detil, pengukuran poligon harus memenuhi kriteria atau persyaratan tertentu [2].

Poligon ada berbagai macam. Poligon dibedakan berdasarkan pada kriteria tertentu [2], antara lain:

a) Atas dasar titik ikat:
   Poligon terikat sempurna, terikat tidak sempurna, terikat sepihak, dan bebas.
b) Atas dasar bentuk:
   Poligon terbuka, tertutup, cabang.
c) Atas dasar alat yang digunakan untuk pengukuran:
   Poligon teodolit dan poligon kompas.
d) Atas dasar penyelesaian:
   Poligon hitungan dan poligon grafis.
e) Atas dasar tingkat ketelitian:
   Poligon tingkat I, II, III, dan IV.
f) Atas dasar hierarki dalam pemetaan:
   Poligon induk (utama) dan poligon anakan (cabang/*ray*).

Poligon tertutup adalah poligon yang titik awal dan akhirnya menjadi satu. Poligon semacam ini merupakan poligon yang paling disukai di lapangan karena tidak membutuhkan titik ikat yang banyak, namun hasil ukurannya cukup terkontrol.

Karena bentuknya tertutup maka akan membentuk segi-banyak atau segi-*n* (*n* = banyaknya titik poligon). Oleh karenanya syarat-syarat geometris dari poligon tertutup adalah:

1. Syarat Sudut.

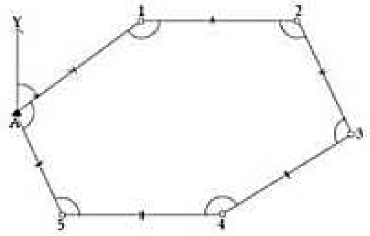
$\sum \beta = (n - 2) . 180^o$, *apabila sudut dalam* (1)

$\sum \beta = (n + 2) . 180^o$, *apabila sudut luar* (2)

2. Syarat Absis.

$\sum d \sin \alpha = 0$ (3)

$\sum d \cos \alpha = 0$ (4)



Gambar 1. Poligon Tertutup [2]

2.3 *Adjustment* dalam Jaring Triangulasi

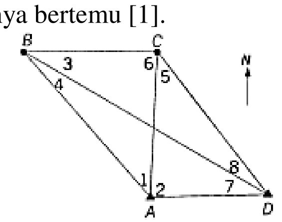
Sebelum perkembangan peralatan pengukur jarak elektronis dan GPS, triangulasi adalah metode yang paling disukai untuk memperpanjang pengukuran kerangka kontrol horizontal untuk jarak yang jauh. Posisi pada suatu ruang dihitung dari pengukuran sudut dan jumlah minimal dari pengukuran jarak yang disebut dengan *baseline* [3]. Metode triangulasi masih digunakan oleh beberapa surveyor dalam pengukuran kerangka kontrol horizontal, meskipun dalam survei biasanya menggunakan kombinasi antara trilaterasi (pengukuran jarak) dan triangulasi (pengukuran sudut). Metode hitung perataan kuadrat terkecil digunakan dalam perataan jaring triangulasi.

Perataan kuadrat terkecil metode triangulasi (*least squares triangulation adjustment*) dapat menggunakan persamaan kondisi atau persamaan pengukuran baik itu pengukuran azimuth ataupun sudut. Pada prosedurnya melibatkan perataan parameter, dimana parameter tersebut adalah koordinat pada suatu bidang datar. Beberapa contoh tipe-tipe dari triangulasi antara lain *intersections, resections*, dan *quadrilateral* yang teratakan [4].

2.4 *Adjustment of Triangulated Quadrilateral*

Quadrilateral adalah bentuk dasar dari triangulasi. Prosedurnya hampir sama dengan metode *intersections* dan *resections*. Parameter persamaan menggunakan metode persamaan pengukuran yang dapat diaplikasikan untuk beberapa bentuk geometrik dari triangulasi, dengan tanpa memperhatikan bentuknya.

Prosedur dalam *adjusting* (perataan) *quadrilateral* adalah dengan menggunakan jumlah minimum dari pengukuran sudut dari suatu segitiga, dan menghitung nilai awal dari koordinat [5]. Koreksi dari koordinat awal ini nantinya dihitung dengan menggunakan hitung perataan kuadrat terkecil. Iterasi dilakukan sampai dengan solusinya bertemu [1].



Gambar 2. Contoh Quadrilateral [4]

2.5 Interval Konfidensial

Estimasi nilai rerata, varian, dan kovarian dari variabel random suatu data sampel dikatakan sebagai estimasi titik, karena hanya berupa suatu nilai untuk tiap parameter yang bersangkutan [5]. Selain estimasi titik dapat juga ditentukan estimasi interval dari parameter, yaitu menentukan interval konfidensial (selang kepercayaan) parameter sampel.

Umumnya, setelah diperoleh estimasi titik, yaitu nilai rerata, varian dan kovarian dari suatu sampel, akan timbul pertanyaan seberapa jauh nilai statistik yang diperoleh menyimpang terhadap populasi. Interval konfidensial untuk suatu parameter p, dimana nilai estimasinya p adalah

$P[p_1 < p < p=] = 1 - \alpha$ (5)

$(1 - \alpha)$ disebut tingkat konfidensial, yang pada umumnya dinyatakan dalam prosentasi 90%, 95%. 99% dan sebagainya. Nilai p_1 dan p_2 masing-masing adalah batas bawah dan batas atas untuk paraeter p. Sedangkan α sendiri disebut dengan tingkat signifikan [5].

3.0 METODE

3.1 Perhitungan Koordinat dengan Metode Bowditch.

i. Perhitungan Sudut Masing-Masing Poligon dan Koreksinya.

Sudut besar (βA, βB, βC dan βD) dihitung dari jumlah sudut yang berdekatan (Gambar 2). Kemudian setiap sudut besar tersebut dikoreksi berdasarkan syarat sudut sesuai dengan persamaan 1.

βA = β1 + β2 = 117° 31’ 38”
βB = β3 + β4 = 64° 59’ 4”
βC = β5 + β6 = 115° 52’ 34”
βD = β7 + β8 = 61° 36’ 53”
∑β = 360° 0’ 9”

Syarat Sudut = ∑β = (n – 2) . 180°
(4-2) . 180° = 360°
360° = 360° 0’ 9” + fs
fs = 9”
fs/n = fs/4 = 2,25”

Sudut Terkoreksi =
βA = β1 + β2 = 117° 31’ 35,75”
βB = β3 + β4 = 64° 59’ 1,75”
βC = β5 + β6 = 115° 52’ 31,5”
βD = β7 + β8 = 61° 36’ 50,75”

Keterangan:

β adalah sudut, *fs* adalah kesalahan penutup sudut dan *n* adalah jumlah titik

ii. Perhitungan Azimuth Awal dan Azimuth Masing-Masing Titik Poligon.

Azimuth awal diperoleh dari *arc tan* nilai-nilai koordinat A dan D yang diketahui (α_{DA}). Selanjutnya azimuth masing-masing titik poligon diperoleh dari azimuth awal (sebelumnya) ditambah sudut setengah lingkaran (180°) dan dikurangi sudut pada masing-masing titik tersebut.

Perhitungan azimuth awal adalah sebagai berikut:

α_{AD} = arc tan $((X_D - X_A)/(Y_D - Y_A))$
= arc tan (407,4148936)
= 89° 51’ 33,72”

α_{DA} = α_{AD} + 180°
= 269° 51’ 33,7”

Perhitungan azimuth masing-masing titik poligon adalah sebagai berikut:

α_{AB} $= \alpha_{DA} + 180^o - \beta_A$
$= 332^o\ 19'\ 57{,}9''$

α_{BC} $= \alpha_{AB} + 180^o - \beta_B$
$= 87^o\ 20'\ 56{,}22''$

α_{CD} $= \alpha_{BC} + 180^o - \beta_C$
$= 151^o\ 28'\ 24{,}7''$

α_{DA} $= \alpha_{CD} + 180^o - \beta_D$
$= 269^o\ 51'\ 33{,}9''$

Keterangan:
A adalah azimuth, β adalah sudut, X adalah nilai absis dan Y adalah nilai ordinat

iii. Perhitungan Jarak AD (Jarak Antar Titik Kontrol) dan Jarak dari Sisi-Sisi Poligon Menggunakan Data Pengukuran Sudut.

Perhitungan jarak AD (jarak antar titik kontrol) diperoleh dengan menggunakan persamaan *phytagoras* dari nilai-nilai koordinat A dan D yang telah diketahui. Jarak antar titik kontrol (D_{AD}) adalah sebagai berikut:

D_{AD} $= ((X_D - X_A)^2 + (Y_D - Y_A)^2)^{1/2}$
$= 2297{,}83\ ft$

Jarak dari sisi-sisi poligon dihitung dengan menggunakan persamaan *sinus* dalam segitiga. Jarak dari sisi-sisi poligon tersebut adalah sebagai berikut:

D_{AB} $= D_{AD} / \sin\beta_4 \,.\, \sin\beta_7$
$= 2893{,}94\ ft$

D_{BC} $= D_{AB} / \sin\beta_6 \,.\, \sin\beta_1$
$= 2198{,}51\ ft$

D_{CD} $= D_{AD} / \sin\beta_5 \,.\, \sin\beta_2$
$= 3028{,}52\ ft$

Total Jarak $= D_{AB} + D_{BC} + D_{CD} + D_{AD}$
$= 10.418{,}80\ ft$

iv. Perhitungan D sin α dan D cos α, Beserta dengan Koreksi Absis dan Ordinat.

Perhitungan D sin α dan D cos α diterapkan di masing-masing sisi poligon dengan menggunakan data jarak dan azimuthnya, Selanjutnya dilakukan koreksi absis sesuai dengan persamaan 3 dan ordinat sesuai dengan persamaan 4.

Berikut adalah perhitungan D sin α dan D cos α beserta dengan besaran nilai kesalahan absis (*fx*) dan ordinatnya (*fy*).

D sin α =

D sin α (AB) $= D_{AB} \,.\, \sin\alpha_{AB} = -1343{,}760$
D sin α (BC) $= D_{BC} \,.\, \sin\alpha_{BC} = 2196{,}156$
D sin α (CD) $= D_{CD} \,.\, \sin\alpha_{CD} = 1446{,}314$
D sin α (DA) $= D_{DA} \,.\, \sin\alpha_{DA} = -2297{,}823$
$\sum d \sin\alpha$ $= 0{,}887$
fx $= -0{,}887$

D cos α =

D cos α (AB) $= D_{AB} \,.\, \cos\alpha_{AB} = 2563{,}644$
D cos α (BC) $= D_{BC} \,.\, \cos\alpha_{BC} = 101{,}720$
D cos α (CD) $= D_{CD} \,.\, \cos\alpha_{CD} = -2660{,}847$
D cos α (DA) $= D_{DA} \,.\, \cos\alpha_{DA} = -5{,}638$
$\sum d \cos\alpha$ $= -1{,}121$
fy $= 1{,}121$

Berikut adalah perhitungan koreksi absis dan ordinat pada masing-masing sisi poligon.

Δx =

Δx_1 $= D_{AB}$ / Total Jarak . fx $= -0{,}24637$
Δx_2 $= D_{BC}$ / Total Jarak . fx $= -0{,}18717$
Δx_3 $= D_{CD}$ / Total Jarak . fx $= -0{,}25783$
Δx_4 $= D_{DA}$ / Total Jarak . fx $= -0{,}19562$

Δy =

Δy_1 $= D_{AB}$ / Total Jarak . fy $= 0{,}31137$
Δy_2 $= D_{BC}$ / Total Jarak . fy $= 0{,}23657$
Δy_3 $= D_{CD}$ / Total Jarak . fy $= 0{,}32585$
Δy_4 $= D_{DA}$ / Total Jarak . fy $= 0{,}24723$

Keterangan:
Fx adalah kesalahan penutup absis, *fy* adalah kesalahan penutup ordinat, Δx_i adalah koreksi absis pada sisi poligon *i*, dan Δy_i adalah koreksi ordinat pada sisi poligon *i.*

v. Perhitungan Koordinat Terkoreksi.

Sebelumnya telah diketahui koordinat titik kontrol di A sebagai berikut:

$X_A = 7528{,}23$
$Y_A = 5201{,}48$

Sehingga, perhitungan koordinat lainnya dapat dihitung dengan menjumlahkan koordinat (X dan Y) awal atau sebelumnya dengan D sin α, dan koreksi absis dan ordinat sebagai berikut:

X_B $= X_A + D \sin\alpha\,(AB) + \Delta x_1$
$= 6184{,}22\ ft$

Y_B $= Y_A + D \cos\alpha\,(AB) + \Delta y_1$
$= 7765{,}44\ ft$

X_C $= X_B + D \sin\alpha\,(BC) + \Delta x_2$
$= 8380{,}19\ ft$

Y_C $= Y_B + D \cos\alpha\,(BC) + \Delta y_2$
$= 7867{,}39\ ft$

X_D $= X_C + D \sin\alpha\,(CD) + \Delta x_3$
$= 9826{,}24\ ft$

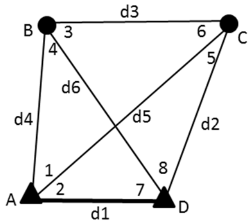
Y_D $= Y_C + D \cos\alpha\,(CD) + \Delta y_3$
$= 5206{,}87\ fz$

X_A $= X_D + D \sin\alpha\,(DA) + \Delta x_4$
$= 7528{,}23\ ft$

Y_A $= Y_D + D \cos\alpha\,(DA) + \Delta y_4$
$= 5201{,}48\ ft$

3.2 Perhitungan Koordinat Hasil *Adjustment of Triangulated Quadrilateral.*

Tahapan pertama yang perlu dilakukan dengan menggunakan metode *Adjustment of Triangulated Quadrilateral* ini adalah dengan melakukan penyusunan matriks desain (A), matriks parameter (X) dan matriks pengamatan (F) (Gambar 4).



Gambar 3. Jaring triangulasi yang akan dilakukan *adjustmen*t (Data ukuran koordinat dan masing-masing sudut menggunakan data yang sama dengan metode *Bowditch)*

i. Penyusunan Matriks A, X dan F.

Penyusunan matriks A, X dan F disusun berdasarkan dengan jumlah pengamatan (*n*), jumlah parameter (*u*) dan jumlah persamaannya (*r*), yang mana masing-masing isian matriks A adalah (*r* x *n*) dan F (*n* x 1) serta X yang merupakan parameter yang akan dicari. Dibawah ini (gambar 4) menjelaskan dasar penyusunan matriks A, X dan F, serta isian dari masing-masing matriks tersebut (gambar 5a, 5b dan 5c).

$$
\begin{array}{cccc}
-\frac{Y_B-Y_A}{(X_B-X_A)^2+(Y_B-Y_A)^2} & \frac{X_B-X_A}{(X_B-X_A)^2+(Y_B-Y_A)^2} & \frac{Y_C-Y_A}{(X_C-X_A)^2+(Y_C-Y_A)^2} & -\frac{X_C-X_A}{(X_C-X_A)^2-(Y_C-Y_A)^2} \\
0 & 0 & -\frac{Y_C-Y_A}{(X_C-X_A)^2+(Y_C-Y_A)^2} & \frac{X_C-X_A}{(X_C-X_A)^2+(Y_C-Y_A)^2} \\
-\frac{Y_D-Y_B}{(X_D-X_B)^2+(Y_D-Y_B)^2}+\frac{Y_C-Y_B}{(X_C-X_B)^2+(Y_C-Y_B)^2} & \frac{X_D-X_B}{(X_D-X_B)^2+(Y_D-Y_B)^2}-\frac{X_C-X_B}{(X_C-X_B)^2+(Y_C-Y_B)^2} & -\frac{Y_C-Y_B}{(X_C-X_B)^2+(Y_C-Y_B)^2} & \frac{X_C-X_B}{(X_C-X_B)^2+(Y_C-Y_B)^2} \\
-\frac{Y_A-Y_B}{(X_A-X_B)^2+(Y_A-Y_B)^2}+\frac{Y_D-Y_B}{(X_D-X_B)^2+(Y_D-Y_B)^2} & \frac{X_A-X_B}{(X_A-X_B)^2+(Y_A-Y_B)^2}-\frac{X_D-X_B}{(X_D-X_B)^2+(Y_D-Y_B)^2} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{Y_A-Y_C}{(X_A-X_C)^2+(Y_A-Y_C)^2}+\frac{Y_D-Y_C}{(X_D-X_C)^2+(Y_D-Y_C)^2} & \frac{X_A-X_C}{(X_A-X_C)^2+(Y_A-Y_C)^2}-\frac{X_D-X_C}{(X_D-X_C)^2+(Y_D-Y_C)^2} \\
\frac{Y_B-Y_C}{(X_B-X_C)^2+(Y_B-Y_C)^2} & -\frac{X_B-X_C}{(X_B-X_C)^2-(Y_B-Y_C)^2} & -\frac{Y_B-Y_C}{(X_B-X_C)^2+(Y_B-Y_C)^2}+\frac{Y_A-Y_C}{(X_A-X_C)^2+(Y_A-Y_C)^2} & \frac{X_B-X_C}{(X_B-X_C)^2+(Y_B-Y_C)^2}-\frac{X_A-X_C}{(X_A-X_C)^2+(Y_A-Y_C)^2} \\
\frac{Y_B-Y_D}{(X_B-X_D)^2+(Y_B-Y_D)^2} & -\frac{X_B-X_D}{(X_B-X_D)^2-(Y_B-Y_D)^2} & 0 & 0 \\
-\frac{Y_B-Y_D}{(X_B-X_D)^2+(Y_B-Y_D)^2} & \frac{X_B-X_D}{(X_B-X_D)^2+(Y_B-Y_D)^2} & \frac{Y_C-Y_D}{(X_C-X_D)^2+(Y_C-Y_D)^2} & -\frac{X_C-X_D}{(X_C-X_D)^2-(Y_C-Y_D)^2}
\end{array}
$$

Gambar 4. Penyusunan matriks A, X dan F

Matriks A =

-0,000306038	-0,00016043	0,000340423	-0,00010891
0	0	-0,00034042	0,000108907
0,000150182	-0,00027046	-0,00002102	0,000454359
0,00017688	-0,00002347	0	0
0	0	0,00005012	-0,00026669
-0,00002102	0,000454359	-0,0003194	-0,00034545
0,000129158	0,0001839	0	0
-0,000129158	-0,0001839	0,0002903	0,000157785

(a)

Matriks X =

XB
YB
XC
YC

(b)

Matriks F =

-0,00036
0,00015
0,00007
-0,00015
-0,00067
0,00044
0,00092
-0,00012

(c)

Gambar 5. Isian matriks A (a), X (b) dan F (c)

Pada pengukuran ini memperhitungkan bobot dari simpangan baku sudut ukuran [4], sehingga desain matriks P adalah sebagai berikut (Gambar 6):

0,444444444	0	0	0	0	0	0	0
0	0,444444444	0	0	0	0	0	0
0	0	0,444444444	0	0	0	0	0
0	0	0	0,444444444	0	0	0	0
0	0	0	0	0,444444444	0	0	0
0	0	0	0	0	0,444444444	0	0
0	0	0	0	0	0	0,444444444	0
0	0	0	0	0	0	0	0,444444444

Gambar 6. Isian Matriks P

Dalam pengisian matriks X menggunakan persamaan 6 dibawah ini:

$$X = (A^TPA)^{-1}.\ A^TPF \qquad (6)$$

Sehingga isian matriks X adalah sebagai berikut (Gambar 7):

Matriks $(A^TPA)^{-1}$ =

22122343,44	-6974169,57	4498584,838	-9549830,91
-6974169,575	31260078,01	13267778,9	20070706,18
4498584,838	13267778,9	13781709,63	5957179,137
-9549830,91	20070706,18	5957179,137	19283356,64

Matriks A^TPF =

0,000000098
0,000000192
-0,000000171
0,000000044

Matriks X = $(A^TPA)^{-1}.\ A^TPF$

Matriks X =

0,366890231
-3,927980179
-0,886419079
-2,746276927

Gambar 7. Isian Matriks X

ii. Hitungan Koordinat Hasil *Adjustment*

Data Koordinat Pendekatan Awal B dan C dari data ukuran di lapangan adalah sebagai berikut (Tabel 1):

Tabel 1: Koordinat pendekatan awal B dan C [2]

Station	*X* (ft)	*Y* (ft)
B	6184.54	7764.65
C	8380.74	7866.27

Koordinat hasil *adjustment* diperoleh dengan menyusun Matriks X_A, yang diperoleh dari penjumlahan masing-masing parameter (X_B, Y_B, X_C, Y_C) dengan Matriks X, sehingga diperoleh hasilnya sebagai berikut (Gambar 8):

Matriks X_A =

6184,90689	$X_{B'}$
7760,72202	$Y_{B'}$
8379,853581	$X_{C'}$
7863,523723	$Y_{C'}$

Gambar 8. Matriks X_A

4.0 HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Evaluasi Proses.

a. Perbandingan Hasil Hitungan Koordinat Metode *Bowditch* dengan Koordinat Stasiun Kontrol dan Pedekatan Awal.

Berikut (Tabel 2) adalah tabel perbandingan hasil hitungan metode *Bowditch* dengan koordinat stasiun kontrol dan pedekatan awal. Didapati bahwasanya menghasilkan nilai varian sebesar 0,323136.

Tabel 2: Perbandingan Hasil Hitungan Koordinat Metode *Bowditch* dengan Koordinat Stasiun Kontrol dan Pedekatan Awal

Comparation			
Coord.	***Control Station***	***Initial Approximation***	***Bowditch***
X_A	7528,23	-	7528,23
Y_A	5201,48	-	5201,48
X_B	-	6184,54	6184,22
Y_B	-	7764,65	7765,44
X_C	-	8380,74	8380,19
Y_C	-	7866,27	7867,39
X_D	9826,05	-	9826,24
Y_D	5207,12	-	5206,87

Selisih Koordinat *Bouwditch* dengan Koordinat Ukuran (dan Pendekatan Awal)		**X_i-X_{rerata}**	**$(X_i$-$X_{rerata})^2$**	**Varian**
	0	0,1225	0,015006	**0,323136**
	0	0,1225	0,015006	
	0,32	0,4425	0,195806	
	-0,79	-0,667	0,445556	
	0,55	0,6725	0,452256	
	-1,12	-0,997	0,995006	
	-0,19	-0,068	0,004556	
	0,25	0,3725	0,138756	
Total	**-0,98**		**2,26195**	
Rerata	**-0,1225**			

b. Perbandingan Hasil Hitungan Koordinat Metode *Adjustment of Triangulated Quadrilateral* dengan Koordinat Stasiun Kontrol dan Pedekatan Awal.

Berikut (Tabel 3) adalah tabel perbandingan hasil hitungan metode *Adjustment of Triangulated Quadrilateral* dengan koordinat stasiun kontrol dan pedekatan awal. Didapati bahwasannya menghasilkan nilai varian sebesar 2,4889418.

Tabel 3. Perbandingan hasil hitungan koordinat metode *adjustment of triangulated quadrilateral* dengan koordinat stasiun kontrol dan pendekatan Awal

Comparation			
Coord.	***Control Station***	***Initial Approximation***	***Adjustment***
X_A	7528,23	-	7528,23
Y_A	5201,48	-	5201,48
X_B	-	6184,54	6184,91
Y_B	-	7764,65	7760,72
X_C	-	8380,74	8379,85
Y_C	-	7866,27	7863,52
X_D	9826,05	-	9826,05
Y_D	5207,12	-	5207,12

Selisih Koordinat *Adjustment* dengan Koordinat Ukuran (dan Pendekatan Awal)		**X_i-X_{rerata}**	**$(X_i$-$X_{rerata})^2$**	**Varian**
	0	-0,8992	0,8086024	**2,4889418**
	0	-0,8992	0,8086024	
	-0,3668902	-1,2661	1,6030433	
	3,9279802	3,02876	9,1733686	
	0,8864191	-0,0128	0,0001639	
	2,7462769	1,84705	3,4116073	
	0	-0,8992	0,8086024	
	0	-0,8992	0,8086024	
Total	**7,193786**	**0**	**17,422593**	
Rerata	**0,8992232**			

4.2 Analisis Hasil

Berdasarkan evaluasi proses pada poin 4.1, didapati bahwa masing-masing data ukuran koordinat dengan metode yang berbeda menghasilkan nilai varian yang berbeda, nilai-nilai ini digunakan sebagai data masukan nilai varian untuk melihat interval konfidensial standar deviasi (σ) masing-masing metode dengan derajat kepercayaan 90 %.

a. Interval Konfidensial untuk (σ) dengan Metode *Bowditch.*

$$(n\text{-}1).S^2 / (\chi^2_{\alpha/2, (n-1)}) < \sigma^2 < (n\text{-}1).S^2 / (\chi^2_{(1-\alpha/2), (n-1)})$$
$$((8\text{-}1).\ 0{,}323136) / 14{,}07 < \sigma_2 < ((8\text{-}1).\ 0{,}323136 / 2{,}17)$$
$$0{,}160764179 < \sigma_2 < 1{,}042374194$$
$$0{,}400954085 < \sigma < 1{,}020967284$$

Setelah diuji dengan interval konfidensial 90%, standar deviasi ukuran koordinat dengan menggunakan metode *Bowditch* berkisar antara 0,400954085 *ft* minimum dan 1,020967284 *ft* maksimum.

b. Interval Konfidensial untuk (σ) dengan Metode *Adjustment.*

$$(n\text{-}1).S^2 / (\chi^2_{\alpha/2, (n-1)}) < \sigma^2 < (n\text{-}1).S^2 / (\chi^2_{(1-\alpha/2), (n-1)})$$
$$((8\text{-}1).\ 2{,}4889418) / 14{,}07 < \sigma^2 < ((8\text{-}1).\ 2{,}4889418/ 2{,}17)$$
$$1{,}238279502 < \sigma^2 < 8{,}028844516$$
$$1{,}112780078 < \sigma < 2{,}833521575$$

Setelah diuji dengan interval konfidensial 90 %, standar deviasi ukuran koordinat dengan menggunakan metode *Adjustment* berkisar antara 1,112780078 *ft* minimum dan 2,833521575 *ft* maksimum.

5.0 KESIMPULAN

Hasil koordinat dari perhitungan dengan menggunakan metode *Bowditch* memberikan nilai yang lebih baik daripada metode *Adjustment*, dimana standar deviasi ukuran koordinat dengan menggunakan metode ini berkisar pada interval konfidensial antara 0,400954085 *ft* minimum dan 1,020967284 *ft* maksimum dalam selang kepercayaan 90%, sedangkan metode *Adjustment* berkisar antara 1,112780078 *ft* minimum dan 2,833521575 *ft* maksimum.

Sesuai teori kesalahan dalam pengukuran jarak dan sudut, semakin jauh dari titik ikat, kesalahan semakin besar, hal ini yang menyebabkan terdapat selisih hasil ukuran koordinat titik kontrol D dengan menggunakan metode *Bowditch*. Oleh karena itu agar kesalahan tersebut tidak merambat, akhir dari poligon perlu dikontrol, baik berupa kontrol koordinat maupun kontrol jurusannya. Poligon yang demikian dinamakan dengan poligon terikat sempurna.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Hadiman, Hitung Kuadrat Terkecil 1, Yogyakarta: Teknik Geodesi UGM, 1991.
[2] S. Basuki, Ilmu Ukur Tanah, Yogyakarta: Gadjah Mada University Press, 2006.
[3] F. D. Rassarandi, "Pemetaan Situasi dengan Metode Koordinat Kutub di Desa Banyuripan, Kecamatan Bayat, Kabupaten Klaten", Jurnal Integrasi, 08, 50-55, 2016.
[4] C. D. Ghilani, Adjustment Computations: Spatial Data Analysis. Fifth Edition, New Jersey: John Wiley & Sons. Inc., 2010.
[5] Soeprapto, Statistik dan Teori Kesalahan, Yogyakarta: Teknik Geomatika Universitas Gadjah Mada, 2005.